

Giochi matematici? No problem!

100 quiz matematici divertenti e curiosi

Carlo Sintini



Carlo Sintini
Giochi matematici? No problem!
100 quiz matematici divertenti e curiosi
© Matematicamente.it – settembre 2012
www.matematicamente.it - libri@matematicamente.it
ISBN 9788896354339

Carlo Sintini è un autore noto ai lettori di Matematicamente.it in quanto ha pubblicato diversi ebook che hanno suscitato grande interesse. È docente in pensione di matematica e fisica ed è autore di numerosi libri di successo pubblicati con diverse case editrici. Durante la sua lunga attività di insegnamento ha raccolto tantissimi appunti e annotazioni, spunti e curiosità scaturiti da letture, discussioni con amici o riflessioni personali, che ora con calma riorganizza per presentarli ai giovani lettori, per comunicare un'idea di matematica dilettevole, curiosa, brillante. In questo libretto presenta un centinaio di quiz e curiosità matematiche che appassioneranno sicuramente chi ama le sfide. I numerosi quiz presentati, non tutti originali, ma rielaborati in modo personale dall'autore, possono essere utili a chi cerca un approccio non scolastico con la matematica e agli insegnanti che cercano idee nuove per appassionare i propri studenti.

INDICE

GIOCHI FACILI	10
1. Il costo delle bibite	10
2. L'appuntamento	12
3. Trucchi nei calcoli mentali	22
4. Il cacciatore e l'orso	14
5. I tre cioccolatini (favola per bambini)	16
6. L'errore della zecca	18
7. La bilancia senza pesi	20
8. La bilancia... sbilanciata	22
9. Separare le monete	28
10. Il foglio ripiegato	30
11. Il gabbiano	32
12. Il barcaiolo distratto	34
13. L'eredità	36
14. Il testamento dello sceicco	38
15. I mariti gelosi	41
16. I fogli del tipografo	43
17. Il nastro intorno alla Luna	45
18. Il viaggio nel tempo	47
19. Gli ingranaggi	49
20. Il Re a spasso	51
21. Sempre sul Re	53
22. Che forma ha il fermacarte?	54
23. I blocchi di partenza	56
24. Il vestito di Arlecchino	59
25. I due ciclisti	61
26. Il viaggio in aereo	63
27. La distribuzione del latte	65
GIOCHI MENO FACILI	68
28. Le cassette di mele	68
29. La vasca e i rubinetti	71
30. L'estate piovosa	74
31. La palla di biliardo	77
32. I ponti festivi	81

33. Le due bottiglie	85
34. Quante dita ha l'extraterrestre?	87
35. I due reparti di soldati	90
36. La difesa del forte	92
37. La colonia di batteri	95
38. I salti del ranocchio	97
39. Le lancette dell'orologio	101
40. Frazioni matte	105
QUIZ LAMPO	107
41. Quesito	107
42. Quesito	107
43. Quesito	107
44. Quesito	107
45. Quesito	108
46. Quesito	108
47. Quesito	108
48. Quesito	108
49. Quesito	109
50. Quesito	109
51. Quesito	109
52. Quesito	110
53. Quesito	110
54. Quesito	110
55. Quesito	110
56. Quesito	110
57. Quesito	111
58. Quesito	111
59. Quesito	111
60. Quesito	111
61. Quesito	111
62. Quesito	111
63. Quesito	112
64. Quesito	112
65. Quesito	112
66. Quesito	112
67. Quesito	112
68. Quesito	113

69. Quesito	113
DIVAGAZIONI MATEMATICHE	118
70. La gara del quadrato magico	118
71. Battere in velocità una calcolatrice	125
72. Sulla divisibilità di un numero	127
73. Una facile precognizione	128
74. L'indovino	129
75. Il cubo rotante	130
76. Misura degli angoli senza goniometro	132
77. Una dimostrazione originale	133
78. Paradosso di B. Russell	134
79. Tutti i triangoli sono uguali	135
80. Una singolare proprietà numerica	137
81. Quale dei due è più grande ?	139
82. Trisezione di un angolo	140
83. Metodo di Archimede per la trisezione di un angolo	143
84. Un angolo retto è anche ottuso	144
85. Una proprietà del quadrilatero	147
86. Una proprietà del parallelogramma	149
87. Il quadrato perfetto	151
88. Le tre circonferenze	153
89. La lunula d'Archimede	155
90. A proposito del teorema di Fermat	157
ANCORA MATEMATICA	159
91. Un calcolatore idraulico che risolve le equazioni	159
92. I numeri interi espressi con una sola cifra	165
93. Metodo grafico per la soluzione delle equazioni di terzo grado	167
94. Radici e potenze ottenute con metodi grafici	171
IL GIOCO DELLA DAMA CINESE	173
95. Finali elementari	176
96. Il criterio di Charosh	181
97. Sulle partite impossibili	184
98. Le tre partite complete	186
99. Varianti di gioco	188
100. I tratti vincenti	189

Prefazione

L'origine dei giochi matematici è probabilmente antica quanto la matematica stessa, ed è facile rintracciare nella storia episodi che dimostrano come illustri studiosi dei tempi passati non disdegnassero di occuparsi anche di argomenti “frivoli” come enigmi, paradossi, paralogismi e passatempi matematici.

Diofanto, matematico greco vissuto ad Alessandria nel III secolo d.C., volle addirittura che sulla propria tomba fosse scolpita la seguente iscrizione:

Qui giace Diofanto e su questa lapide è scritto quanto egli visse. La sua infanzia durò un sesto della sua vita, e un dodicesimo fu necessario perché egli divenisse completamente maturo. Dopo un settimo egli prese moglie e furono necessari cinque anni di matrimonio prima che la sua vita fosse rallegrata dalla nascita di un figlio. Questi visse solo la metà degli anni del padre che, affranto dalla sua prematura scomparsa, gli sopravvisse soltanto altri quattro anni.

La traduzione è piuttosto libera rispetto al testo originale, molto più ermetico e carico di perifrasi. In altre parole, Diofanto comunicò ai posteri di essere vissuto 84 anni: basta infatti risolvere l'equazione di primo grado

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

per ottenere la soluzione dell'enigma.

In tempi più vicini a noi, Pietro Fermat (matematico del 1600), nella sua corrispondenza epistolare, affrontava spesso anche argomenti ricreativi. Come quando, per esempio, comunicò a padre Masino Mersenne, altro noto matematico, di essere riuscito a sistemare i primi 64 numeri interi in un cubo magico.

Cioè i quattro quadrati magici in cui le somme per righe, per colonne e per diagonali forniscono sempre il risultato 130; anche messi uno sull'altro in modo da costituire un cubo, i quattro numeri sulla stessa verticale hanno ancora come somma 130, in ogni caso.

4	62	63	1
41	23	22	44
21	43	42	24
64	2	3	61

53	11	10	56
32	34	35	29
36	30	31	33
9	55	54	12

60	6	7	57
17	47	46	20
45	19	18	48
8	58	59	5

13	51	50	16
40	26	27	37
28	38	39	25
49	15	14	52

La costante magica può quindi essere calcolata in ben 56 modi diversi. Sono veramente pochi, insomma, i matematici di ogni epoca che non si siano impegnati, in misura maggiore o minore a seconda del proprio temperamento, nella soluzione o nella realizzazione di problemi ricreativi di vario tipo. E' anzi accaduto talvolta che da tali ricerche condotte per gioco siano poi scaturite importanti conseguenze che hanno avuto una non trascurabile importanza per il progresso scientifico. Basti ricordare il sistema di numerazione binario che nacque come una curiosità interessante ma inutile, e che oggi costituisce la base di funzionamento dei calcolatori.

L'interesse editoriale e di pubblico per i giochi matematici è, all'estero, molto vivo: specie negli Stati Uniti, per l'opera di diffusione svolta da Martin Gardner e da altri quotatissimi autori.

In Italia, però, l'interessante ramo della matematica ricreativa non ha ancora ricevuto lo sviluppo che merita. Ma forse qualcosa sta cambiando e i giochi matematici hanno cominciato a interessare una categoria più vasta di lettori, anche per merito, è giusto riconoscerlo, della traduzione in italiano dei volumi del Gardner (vedi bibliografia qui sotto).

Una quantità sempre più numerosa di persone ha iniziato così ad apprezzare il piacere di misurare la propria fantasia e le proprie capacità logiche con rompicapi, problemi e passatempi matematici.

E a queste ultime che è principalmente diretto questa raccolta, e spero che essa risulti nel complesso abbastanza “calibrata”, cioè che i giochi non risultino nel loro insieme né troppo facili né troppo difficili.

Noterete certamente che essi sono estremamente eterogenei, ma questa è una caratteristica inevitabile che, in misura maggiore o minore, è comune a tutti i lavori di giochi matematici.

Li ho ricavati da un quadernone nel quale ho l'abitudine di annotare, per non dimenticarmeli, spunti e curiosità interessanti scaturiti da letture, discussioni con amici o da riflessioni personali.

Molti giochi sono originali, altri invece provengono da idee elaborate o modificate, tratte dai seguenti libri:

B. Rizzi, *Problemi di gare matematiche*, Zanichelli;

I. Gherzi, *Matematica dilettevole e curiosa*, Hoepli;

M. Gardner, *Enigmi e giochi matematici* (5 volumi), Sansoni;

G. Gamow, *Biografia della fisica*, Mondadori;

Altri giochi sono ricavati dai testi dei problemi assegnati agli esami di ammissione per la Normale di Pisa.

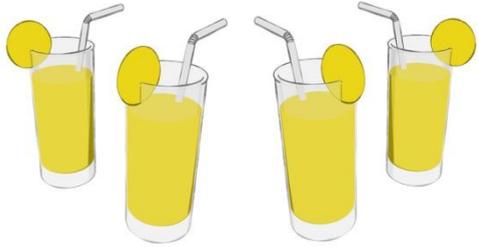
GIOCHI FACILI

1. Il costo delle bibite

Il professor Logar invitò tre suoi colleghi al bar e consumarono quattro bibite identiche.

Dopo aver pagato le consumazioni il professore osservò: “Quattro bibite costano tanto quante se ne comprano con 196 euro”.

Qual è il costo di una bibita?



RISPOSTA

Indicando con x il costo di una bibita, il costo di 4 bibite è $4x$.

Secondo quanto asserito dal professore, con 196 euro si comprano x bibite. Deve allora risultare

$$4x = \frac{196}{x}$$

Cioè

$$x^2 = \frac{196}{4} = 49 \quad \rightarrow \quad x = 7$$

Quindi una bibita costa 7 euro e il professore pagò un conto di 28 euro.
Ed infatti con 196 euro si comprano appunto 28 bibite.

2. L'appuntamento

Il professor Logar, noto per la sua abilità nei calcoli mentali, incontra un amico all'angolo di una via, in chiara attesa di qualcuno.

Dopo averlo salutato e aver scambiato con lui alcune parole, incuriosito gli domanda chi stia aspettando.

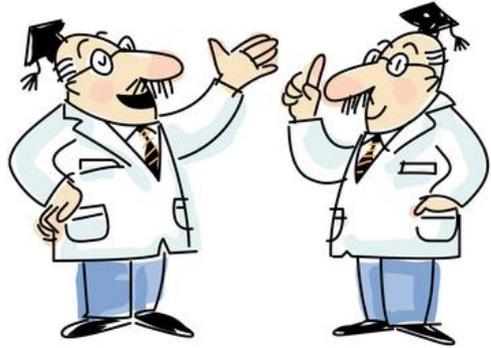
L'amico, volendo mettere alla prova le sue capacità logiche, gli risponde in

questo modo: “Sto aspettando tre donne che amo per condurle al cinema. Il prodotto delle loro età è 2450, ma la loro somma è il doppio della tua età”.

Il professor Logar dopo una breve riflessione obietta che il problema non è ben determinato.

“Hai ragione, riconosce l'amico, devo anche precisarti che io sono di almeno un anno più vecchio della più anziana di esse”.

Sareste voi in grado di essere più bravi del professore, ricavando le età delle tre donne e dei due amici senza conoscere l'età di questi ultimi?



RISPOSTA

Il numero 2450 è costituito dai fattori

2.5.5.7.7

Raggruppandoli in tutti i modi possibili si ottengono le seguenti combinazioni:

$$2+5+245=252 \quad 2+7+175=184 \quad 2+25+49=76$$

$$2+35+35=72 \quad 5+5+98=108 \quad 5+7+70=82$$

$$5+10+49=64 \quad 5+14+35=54 \quad 7+7+50=64$$

$$7+10+35=52 \quad 7+14+25=46$$

I tre numeri nel primo membro rappresentano le possibili età delle tre donne, mentre il risultato è la somma corrispondente. Chiaramente le prime due combinazioni sono impossibili.

Ma indipendentemente da ciò, poiché a questo punto il professor Logar non era in grado di dare la risposta e solo due terne forniscono la stessa somma. L'attenzione va fissata solo sulle due combinazioni:

$$5+10+49=64 \quad 7+7+50=64$$

Il professore ha dunque 32 anni.

A questo punto l'amico considera sufficiente la precisazione che egli è almeno di un anno più vecchio della più anziana delle tre donne.

Se egli avesse avuto 51 o più anni la sua precisazione sarebbe stata inutile e l'incertezza sarebbe rimasta.

Dunque l'amico non poteva avere che 50 anni e le tre donne 5, 10 e 49 anni.

Presumibilmente egli aspettava quindi la moglie con due figlie.

3. Il cacciatore e l'orso

Un cacciatore monta sulla sua jeep, abbandona il proprio accampamento e si dirige verso sud in cerca di preda.

Dopo aver percorso 30 chilometri, non avendo incontrato selvaggina, cambia direzione e si dirige a est. Percorsi altri 20 chilometri si imbatte in un orso, gli spara e l'uccide.

Lo carica sulla jeep e ritorna all'accampamento dove, leggendo il contachilometri, si rende conto di aver percorso in tutto 80 chilometri esatti.

Di che colore era l'orso?

