Luigi Boscaino

MATCH FOR MATH

Problemi di matematica e realtà per gli studenti dell'ultimo anno della secondaria di primo grado

Matematicamente

Corso Umberto 39
73010 San Donato di Lecce
www.matematicamente.it
libri@matematicamente.it

Copertina di Nicola Rainone
Stampa
Press Up s.r.l.

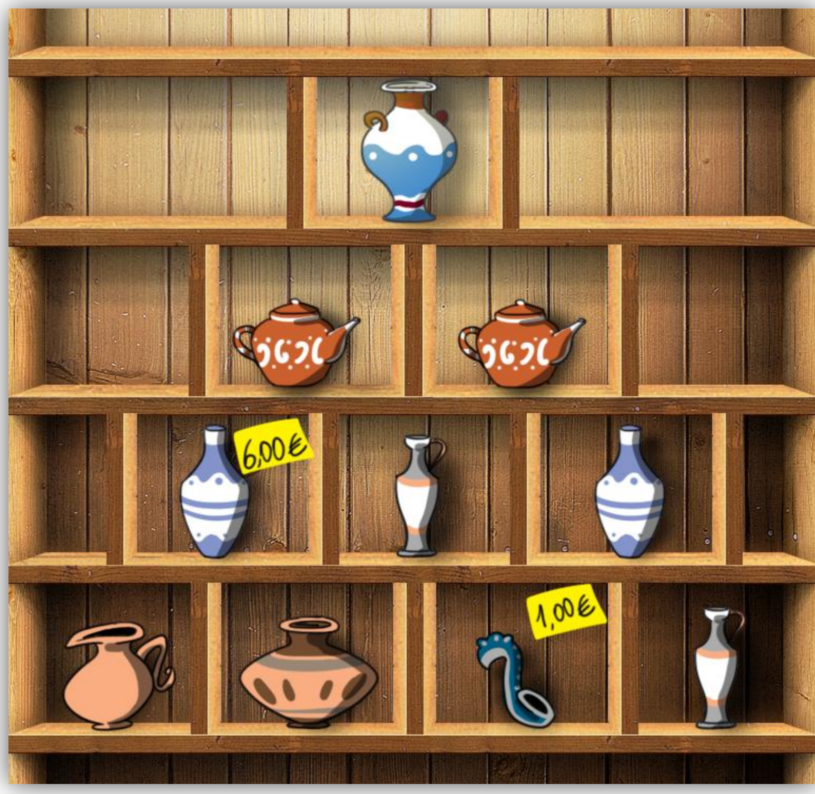
ISBN: 9788896354872

Indice

1

Ceramista Cerretese

●●●●●●○○○○



Un anziano ceramista di Cerreto Sannita viene informato di un'imminente visita, presso il suo laboratorio, da parte degli studenti di una classe terza della scuola secondaria di primo grado. Per rendere più interessante l'incontro con gli studenti l'artigiano organizza un gioco matematico. Prepara uno scaffale con 10 alloggiamenti, in essi dispone sapientemente alcuni suoi manufatti e solo a due di essi associa la targhetta con il prezzo. Ai ragazzi spiega che il costo di ogni oggetto nei ripiani superiori si ottiene come somma dei due contigui del piano sottostante (ad esempio: il costo dell'anfora collocata nel piano più alto si ottiene sommando il costo dei due bricchi del piano inferiore).

Sapresti aiutare gli alunni della scuola ospitata dal ceramista a determinare i costi di tutti gli oggetti?

Riempi la tabella sottostante

€	**€**	**€ 6,00**	**€**	**€**	**€**	**€ 1,00**

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

9

Il caciocavallo di Castelfranco

●●●●●○○○○○

Il caciocavallo ha forma tendenzialmente sferica, con testina piuttosto piccola. La crosta, liscia e sottile, presenta colore giallo paglierino, la pasta ha colore bianco avorio appena sfumato nel giallo. La consistenza è pastosa, il sapore delicato e dolce, con aroma lieve. Il suo peso oscilla tra 1,2 e 1,5 kg. Si produce tutto l'anno nelle zone del Beneventano, ma, in modo particolare a Castelfranco in Miscano. I caciocavalli più richiesti sono preparati nei mesi primaverili quando il bestiame è allevato al pascolo. La tipicità di questo caciocavallo va ricercata soprattutto nella tecnica di lavorazione, che prevede alcune varianti significative rispetto a quella che si potrebbe definire standard.

Nel settembre del 2008, con mia moglie e un'inseparabile coppia di amici, visitai la decima sagra del caciocavallo di Castelfranco. Dopo assaggi e chiacchierate amicali con gli espositori, decidemmo di comprare un caciocavallo intero per dividerlo appena giunti a casa. Il simpatico produttore, durante la conversazione preliminare alla trattativa, chiese di cosa ci occupassimo nella vita e al momento della transazione finanziaria si espresse così: "*Dato che da 9,5 litri di latte si ricava un chilogrammo di caciocavallo e che per il vostro ne ho lavorati 13,3 litri, mi spettano 25,20 €*". Queste indicazioni mi permisero di stabilire il costo al *Kg*. Quanto costò nel 2008 un chilo di caciocavallo?

....

....

....

....

10

Dal convento con amore

●●●●●○○○○○

Nel cuore della valle Vitulanese si erge la bellissima Basilica della SS. Annunziata altrimenti nota come convento di S.Antonio. La Basilica ed il Convento Francescano della SS. Annunziata, ricchi di affreschi anche di grande valore della Scuola Senese del 1400, furono costruiti nel 1440 grazie all'opera di San Bernardino da Siena. Nel convento Francescano attualmente risiedono sei frati. Allo scopo di raccogliere fondi per donarli in beneficenza, i frati chiedono collaborazione ai fedeli, i quali si prodigano portando dolci sapientemente preparati dalle volontarie della valle. I frati raccolgono 315 bignè, 189 strudel e 504 babà. Dovendo preparare vassoi identici ma assortiti delle tre varietà di dolci, quanti vassoi siffatti si riescono a confezionare? In ogni vassoio quanti dolci vi sono per ogni varietà?

....

....

....

....

....

....

....

....

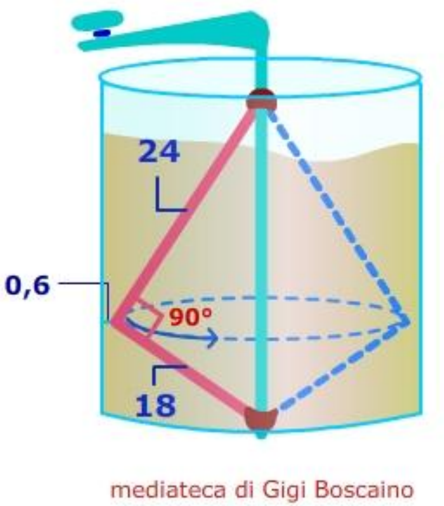
....

....

11

Gelateria ambulante

●●●●●●●●○



Nel mese di agosto Foglianise è in festa. La mattina del sedici, infatti, sfilano i carri di grano della secolare tradizione che ogni anno il nostro paese orgogliosamente ripropone. Quest'anno, per ripararmi dai cocenti raggi del sole, ho atteso la sfilata tra la gente, all'ombra di un enorme platano. Accanto a me vi era un gelataio ambulante che, ovviamente, faceva affari d'oro.

Mentre osservavo incredulo il gran numero di coni che il gelataio serviva ai giovani clienti, mi chiedevo quanto gelato potesse contenere il cilindro incassato nel carretto. A un certo punto, vuotato il primo cilindro, il gelataio ha asportato dal contenitore un braccio, alto quanto il cilindro, con due lamelle oblique come quelle in figura. Tale braccio, dotato di manovella, consentiva al gelataio di rimescolare il gelato. Da un rapido colpo d'occhio sono riuscito a calcolare, con molta approssimazione, il volume del cilindro. Le misure cui ho pensato sono espresse in centimetri nello schema in figura. In tale schema ho supposto che 0,6 cm fosse la distanza delle lamelle dalla superficie interna del cilindro.

Sulla base delle misure da me presunte sapresti calcolare anche tu il volume del cilindro?

....

....

....

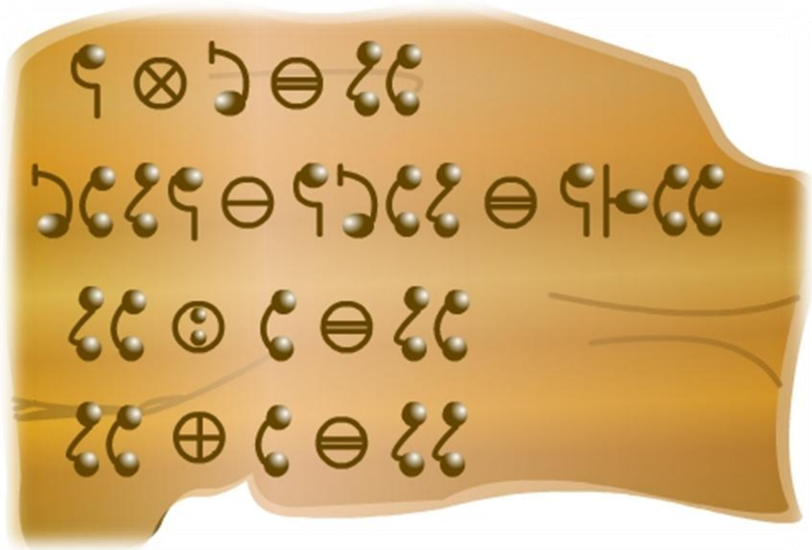
....

....

21

Messaggio cifrato

●●●●●●○○○○



Nel lontano 1987 ho insegnato matematica presso l'Istituto d'Arte di Cerreto Sannita. Cerreto, grazioso paese della provincia di Benevento, tiene viva da secoli la lavorazione della ceramica. Botteghe e piccole aziende, perlopiù a conduzione familiare, producono manufatti di rara bellezza e ciò rende particolarmente felice la collocazione dell'indirizzo artistico in tale contesto. Gli studenti con cui ho avuto il piacere di lavorare hanno mostrato un comportamento esemplare sin dai primi giorni di scuola e la loro simpatia compensava ampiamente lo scarso impegno profuso nello studio della mia materia. Un giorno, per farmi un regalo, realizzarono una tavoletta di argilla su cui affioravano in rilievo degli strani simboli. La tavoletta, come quella riprodotta in figura, proponeva una sorta di enigma da decifrare. I ragazzi non vollero darmi alcun suggerimento e non vi nascondo che ebbi qualche difficoltà nel tradurlo. Con voi voglio essere buono e vi anticipo che si tratta di numeri. Sapreste assegnare ad ogni simbolo, nato dalla fantasia dei ragazzi, il corrispondente valore numerico?

....

....

....

....

....

22

A passeggio sulla Dormiente

●●●●●●●○○○

Il Parco Naturale del Taburno-Camposauro è stato istituito nell'anno 2002. Esso si estende per 12.370 ettari nella provincia di Benevento ed accoglie una popolazione di circa 25.000 abitanti. Il Parco ospita il massiccio Taburno-Camposauro, che fa parte dell'Appennino Campano. Il massiccio culmina nelle vette del Taburno (m. 1394), Camposauro (m. 1388) e Pentime (m. 1170). Visto dal lato est il profilo del massiccio ricorda quello di una donna sdraiata. Tale conformazione gli ha conferito l'appellativo di Dormiente del Sannio.

Dato che ho la fortuna di vivere nell'area del Parco, approfitto del periodo primaverile e di quello estivo per godere della salubre atmosfera del monte Camposauro. In compagnia di Franco e Giuseppe affronto le asperità della montagna salendo a 1200 metri d'altezza a passo veloce. L'iniziativa, nel contempo, mi riempie di gioia e di tristezza giacché a pochi minuti dalla partenza mi ritrovo sistematicamente da solo. Infatti i miei due amici, senza alcun ritegno, incalzano il ritmo di marcia lasciandomi indietro. Per far fronte ai frequenti momenti di solitudine ho acquistato un congegno elettronico che calcola il numero medio di passi che riesco a fare in un minuto. Ciò mi consente di tenere impegnata la mente in calcoli numerici distogliendola da altri pensieri. Nell'ultima passeggiata ho camminato per un'ora e ho percorso 6 Km, 2 metri e 40 centimetri. Se lo strumento ha rilevato una media di 122 passi al minuto, quanti centimetri è stata ampia ogni mia falcata?

…………………………………………………………………

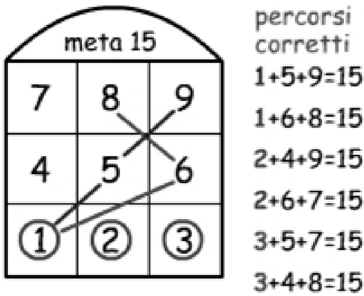
…………………………………………………………………

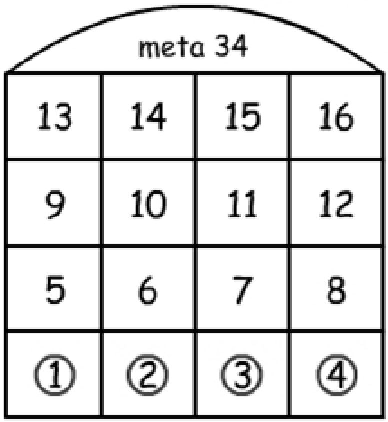
…………………………………………………………………

23

L’antico gioco della campana

●●●●●●●●●○





Quando ero bambino trascorrevo le vacanze estive a Campoli, un piccolo paese situato alle falde del monte Taburno. Paese natale di mia madre, Campoli era luogo di incontro della sua famiglia. Qui incontravo i miei nonni, i miei zii ma soprattutto i miei cugini con i quali trascorrevo gran parte delle assolate giornate a giocare nel cortile prospiciente la casa. Dei tanti giochi di cui ho rimosso il ricordo ne è rimasto uno che conservo limpido nella mente: il gioco della campana. Il gioco prevedeva una fase preliminare consistente nella rappresentazione di una griglia fatta di rettangoli numerati. I numeri, scritti con un pezzo di gesso nelle aree rettangolari, dovevano essere interi consecutivi disposti in ordine crescente rispetto al punto di partenza.

Completato lo schema numerato si passava alla scelta delle pietre, una ciascuno, e si estraeva a sorte il primo concorrente. Il fortunato lanciava la pietra allo scopo di centrare il primo rettangolo numerato, se l'impresa riusciva doveva raggiungere la pietra saltellando su una sola gamba, raccoglierla con le mani e tornare indietro. Il gioco andava avanti cercando di raggiungere le aree numerate successive fino ad arrivare alla meta (situata dall'altro lato della griglia). Oggi riproporrei ai ragazzi lo stesso gioco con una originale variante scientifica. Realizzate due campane come quelle in figura, si potrebbe partire da un qualunque quadratino della prima riga e raggiungere la meta senza mai saltare su quadratini che si trovano su una riga o una colonna sulle quali siamo già stati. Così facendo si avrebbe la medesima somma per ogni percorso, somma che corrisponde esattamente alla meta. Infatti, osservando la campana più in alto, si nota che nel rispetto delle suddette regole la meta è sempre 15 punti. Se partiamo dal quadratino con il numero 1 si possono realizzare i percorsi 1-5-9 oppure 1-6-8 mentre non sono corretti i percorsi 1-4-8 o 1-5-7 poiché sia il 4 che il 7 sono nella colonna che contiene il numero 1 (vedi immagine). Quanti percorsi di questo tipo si possono costruire nella campana con meta 34? Con quale numero (non è richiesto che sia lo stesso per le due campane) dovrebbe iniziare la numerazione dei quadratini nelle due campane in modo che per entrambe la meta sia 42?

40

Il carro di Mirabella

●●●●●●○○○○

La "Tirata del Carro" di Mirabella Eclano rappresenta l'evento culturale, storico e folkloristico più importante del paese. In origine il grano veniva trasportato su carri trainati da buoi che dalle varie contrade di Mirabella si dirigevano verso il centro. Era un momento di festa collettiva in cui i contadini ringraziavano la Madonna di aver custodito i campi da carestie ed altre sciagure. Dopo molti anni, l'artista Stanislao Martino di Fontanarosa, sposato a Mirabella, ideò l'attuale struttura in legno. Essa è costituita da 7 piani a basi quadrate, realizzati con travi sovrapposte mediante opportuni incastri. Sopra i primi quattro piani rientranti, si erge una piramide che si sviluppa, a sua volta, su tre piani e che culmina con la statua della Madonna Addolorata. Il carro viene trasportato da sei coppie di buoi e da una moltitudine di persone attraverso i campi e lungo le strade cittadine per un percorso di circa 2 Km. La “tirata” dura 5 ore durante le quali i funaioli, aggrappati alle funi di canapa, mantengono in equilibrio la poderosa struttura che ondeggia fortemente lungo il cammino, mescolando così ansie e speranze negli eclanesi. Naturalmente, il percorso impervio e le difficoltà dovute agli equilibri precari dell’imponente struttura limitano fortemente gli spostamenti. In base a quanto testé affermato, qual è la velocità media del carro espressa in metri al secondo?

Sapendo che all’alba alcuni membri del comitato per valutare la condizioni dell’intero tracciato lo hanno percorso alla velocità media di mezzo metro al secondo, in quante ore e quanti minuti giungono a destinazione?

Nel determinare le misure richieste si invita ad approssimare alla seconda cifra decimale.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

54

Mongolfiere a Fragneto

●●●●●●●●○○

Anche quest'anno, dal 2 al 5 ottobre, a Fragneto Monforte (BN) si terrà uno dei più importanti raduni italiani di mongolfiere, dove nasce spontanea la passione per il magico mondo delle Navi del Cielo. Ma come è fatta e come funziona una mongolfiera?

La mongolfiera è un aeromobile che vola grazie al principio di Archimede: *Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume del fluido spostato*. Tale principio, noto nell'immersione di corpi in un liquido, vale anche per fluidi come l'atmosfera. Una mongolfiera, come ogni altro corpo impegna uno spazio altrimenti occupato dall'aria, sostituendosi ad essa (fluido spostato). Per fare in modo che la mongolfiera galleggi nell'aria bisogna che pesi meno della quantità d'aria di cui ha preso il posto. Ora, la mongolfiera composta da cesta, passeggeri, telo ecc., ha un peso fisso, pertanto quello che si può modificare è il peso dell'aria presente nell'enorme telo. Più l'aria è calda, minore è la sua densità. Se la riscaldi a sufficienza, ad un certo punto essa potrà sollevarsi dal suolo e fluttuare nel cielo. Per comprendere il meccanismo che permette alla mongolfiera di levarsi da terra introduciamo qualche formula. Sia P_a il peso dell'aria spostata, V il volume occupato dalla mongolfiera, g la costante 9,8 e d_1 la densità dell'aria alla temperatura dell'ambiente in quel momento, si scrive $P_a = V \cdot g \cdot d_1$. D'altronde se indichiamo con P_m il peso della mongolfiera nella sua interezza, con M la massa del materiale di cui è composta (inclusi i passeggeri) e con d_2 la densità dell'aria contenuta nella mongolfiera (inferiore a d_1 perché è aria più calda), si ottiene $P_m = (M + V \cdot d_2) \cdot g$. Perché la mongolfiera galleggi, il secondo peso deve essere minore del primo, cioè:

$P_m < P_a$ (1), da cui $d_2 < d_1 - \dfrac{M}{V}$ (2).

Quindi la densità d_2 dell'aria calda deve essere inferiore rispetto a d_1 (aria fredda circostante) almeno del termine $\dfrac{M}{V}$, che si potrebbe interpretare come la densità media del materiale di cui è composta la mongolfiera.

Sono stati volutamente trascurati i nessi tra le relazioni (1) e (2). Puoi sviluppare e commentare i passaggi che conducono dalla prima alla seconda relazione?

....

....

....

....

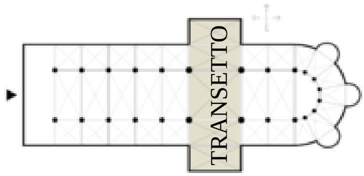
....

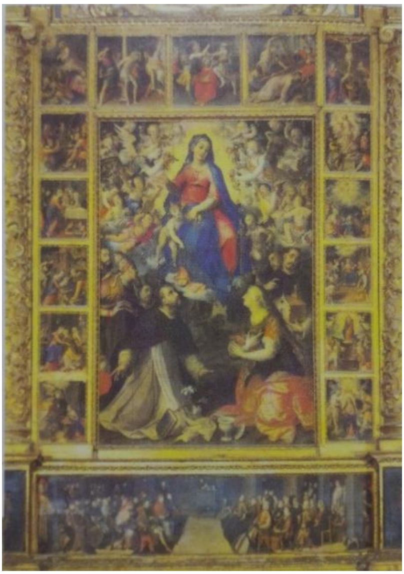
....

65

Il complesso Aragonese di Santa Maria a Vico

●●●●●●○○○○





Teodoro d'Errico è il nome italianizzato di un pittore belga, Dirk Hendricksz, che giunse a Napoli nel 1574 e riuscì ad ottenere importanti e numerose commissioni, diventando molto noto negli ambienti artistici del Viceregno spagnolo. Nei trent'anni circa di permanenza a Napoli il maestro fu diviso tra una potente vocazione per il genere religioso-devozionale e un'altra, altrettanto forte, per la pittura decorativa, elegante ed estrosa. Le due cappelle del transetto nel complesso aragonese di Santa Maria a Vico ospitano due autentici capolavori d'arte costituiti da olii su tavola. Essi rappresentano l'orgoglio fiammingo del patrimonio artistico italiano. Le due opere presenti nella basilica pontificia di S. Maria a Vico sono pale d'altare note come Cappella del Rosario e dell'Assunta. La pittura fiamminga esistente nella Cappella del Rosario ha permesso, tra l'altro, l'attribuzione a Teodoro D'Errico di opere in precedenza attribuite a Francesco Curia. E ciò grazie a un distico (coppia di versi) scolpito su marmo, murato a sinistra della cappella, su cui si legge in latino:

Quis picturae author? Theodorus belga celebris;

Quis picturae annus? Proditur hisce notis MDLXXXV.

Quanti anni dopo il suo arrivo a Napoli, l'autore ha realizzato l'opera?

Converrete con me che questo grande autore aveva un nome, alla nascita, impronunciabile e, soprattutto, difficile da scrivere. Sebbene il nome italianizzato risulti meno articolato, esso ha con l'originale una coincidenza numerica. Sapresti individuarla? Altro particolare interessante riguarda il diverso equilibrio tra le vocali e le consonanti. Nel nome fiammingo il 21% è composto da vocali, in quello italiano il 50%. Quindi se si scrivessero solo le consonanti del nome originale dell'artista, lasciando vuoti gli spazi delle vocali, sarebbero necessarie 125 diverse disposizioni per essere certi di avere il nome esatto in elenco; mentre per la sua versione italiana, le vocali, si disporrebbero in 78125 modi diversi. Sapresti spiegare l'origine di questi due numeri?

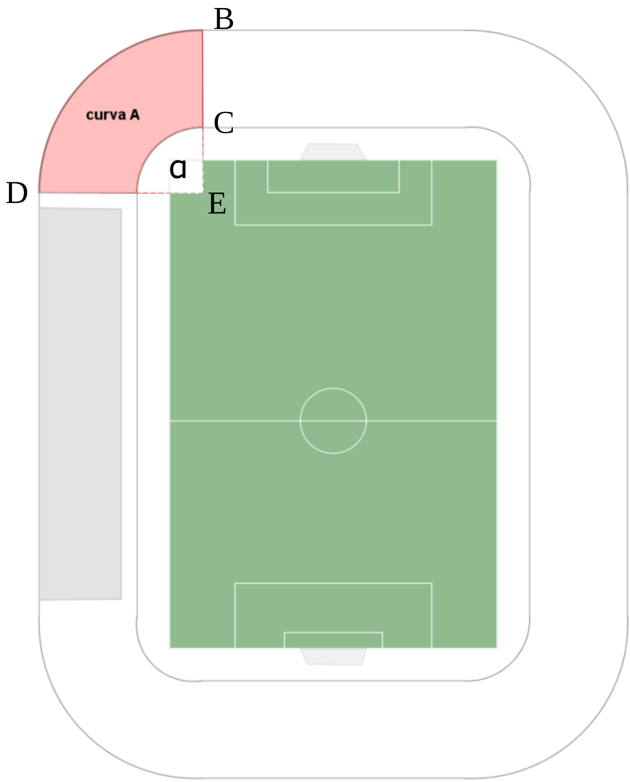
66

Un giorno allo Stadio

●●●●●●●●○○

Il “Ciro Vigorito”, all’epoca dei fatti Stadio “Santa Colomba”, ospita il Benevento calcio e il Benevento rugby. La struttura è stata inaugurata nel 1979. In più di un trentennio e in ben 5 occasioni ha ospitato la Nazionale Under 21. Nell’inverno del 1998, in compagnia di un inseparabile amico, ho assistito a uno di tali eventi: l'amichevole Italia-Spagna, finita 0-0. Eravamo nella curva superiore (denominata per comodità curva A), in compagnia di altri 513 spettatori (stima rilevata dal numero di biglietti venduti al botteghino). Dato che la partita non trasmetteva particolari emozioni presi a parlare con l’amico Franco. Dopo un breve scambio di battute notai che Franco era più interessato a seguire i rari sprazzi di bel gioco e così desistetti dall’importunarlo.

Poco attratto dal mediocre spettacolo agonistico e mosso dalla curiosità cominciai a chiedermi: "*se siamo tutti presenti, quanto spazio mediamente ha ognuno di noi*?" Tornato a casa disegnai una pianta in scala 1:500, come quella che vedete rappresentata. In base al numero dei presenti e sapendo che DE=5 cm, BC=3 cm, α=90°, sapresti calcolare la quantità di superficie a disposizione di ogni spettatore? (*N.B. Esprimi la misura in metri quadrati*).



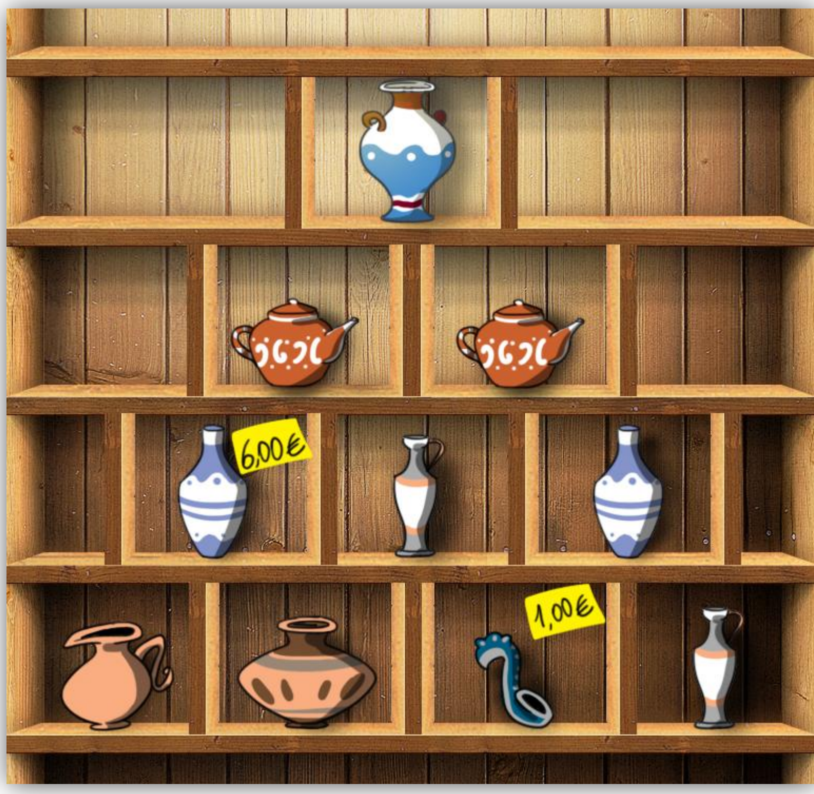
PARTE SECONDA

Percorsi risolutivi

I percorsi risolutivi costituiscono un insieme ragionato di soluzioni ai problemi. Ogni percorso proposto in seguito non fornisce l’unica soluzione al problema, bensì descrive una semplice procedura da poter confrontare con altre più o meno originali. Inoltre, va esplicitato l’intento di preferire, in talune circostanze, un percorso strutturato piuttosto che empirico per consentire un’accurata digressione su aspetti teorici che ampliano il campo delle conoscenze e offrono interessanti spunti per l’applicazione delle regole matematiche.

1

Ceramista Cerretese



Il ceramista ha disposto nella terza fila partendo dall'alto due vasi identici fissando il prezzo a 6,00 € per uno di essi; è evidente che anche il vaso disposto sulla destra deve costare

6,00 €. Tale semplice deduzione permette di ricavare il costo del piccolo vaso con manico, presente all’ultimo posto della quarta fila.

Infatti, sommando il costo di due oggetti contigui si determina il costo dell’oggetto soprastante. Pertanto il piccolo vaso in figura, presente due volte nello scaffale, costa 5,00 €.

L’anfora posta in quarta fila ha un costo pari a 4,00 € poiché deve compensare, con il piccolo mestolo da un euro, il costo del vaso da 5,00 € ubicato al centro della fila superiore, di cui abbiamo appena ricavato l’importo. Per le stesse ragioni il bricco a sinistra, disposto nell’ultima fila, deve costare 2,00 €.

Analogamente si determinano i costi degli altri oggetti. Nella tabella che segue, si riportano i prezzi di tutti i manufatti.

€ 22,00	**€ 11,00**	**€ 6,00**	**€ 5,00**	**€ 2,00**	**€ 4,00**	**€ 1,00**

2

Shopping presso la cantina del Taburno

La prima operazione ha lo scopo di determinare il costo di ogni scatola. Le quattro scatole hanno tutte lo stesso importo dunque una scatola costa 140 euro diviso quattro cioè 35,00 euro. Le confezioni contengono rispettivamente quattro e sei bottiglie.

Sottraendo da entrambe le confezioni una falangina e un rosato si ottiene ancora la parità dei costi. Pertanto due bottiglie di falanghina costano quanto quattro bottiglie di rosato. In conclusione una bottiglia di falanghina costa quanto due di rosato. Allora la confezione composta da cinque bottiglie di

rosato più una di falanghina si può considerare equivalente a una confezione da sette bottiglie di rosato, quindi, dividendo 35 euro per le 7 bottiglie otteniamo il costo del rosato. Il rosato dunque costa 5 euro e la falanghina 10 euro.

Il problema, visto da uno studente di scuola secondaria di secondo grado, si risolve facilmente impostando un sistema lineare a due equazioni e due incognite dopo aver posto:

costo della falanghina = x
costo del rosato = y.
Da cui:

$$\begin{cases} 3x + y = 35 \\ x + 5y = 35 \end{cases}$$

3

Un tuffo nel passato

Quando io avevo 12 anni mio padre ne aveva 42 (aveva 30 anni più di me). Oggi ho 8 anni più di quanti ne aveva mio padre nella foto, quindi la mia età attuale è 50 anni (42 anni + 8 attuali). La differenza di età tra me e mio padre è costante nel tempo cioè se mio padre aveva 30 anni più di me quando io ne avevo 12, ne ha 30 più di me anche quando io ho 50 anni. Pertanto mio padre oggi ha 80 anni (50+30).

4

I carri del grano

Si tratta di un problema di minimo comune multiplo. Infatti, la misura è multipla di 2, di 3 e di 4 con l'esubero di un metro. Se la nave fosse stata lunga 11 metri, sarebbe stata misurabile solo con la rotella metrica da 2 metri (5 misurazioni da 2 metri più un altro metro), mentre usando la rotella metrica da 3 metri, avremmo avuto 3 misurazioni complete più 2 metri di eccedenza, e non uno. Pertanto la misura verosimile della nave è multipla di 2, di 3 e di 4, più 1 metro di esubero. Il *m.c.m.* tra queste tre quantità è 12 a cui va aggiunto 1 metro. Tale dato fornisce la lunghezza della nave che è pari a 13 metri.

5

Un obolo modesto

Il problema è di natura capziosa poiché induce a pensare che la cospicua cifra di un milione di euro non possa essere raggiunta con i modesti contributi dei fedeli. In effetti, le regole stabilite dal sacerdote nascondono un'altra insidia. Come si desume dai primi calcoli l'obolo si determina progressivamente con le potenze in base due: il primo fedele lascia 2 euro che corrispondono alla cifra depositata dal sacerdote, il secondo, trovando 4 euro in chiesa offre a sua volta 4 euro, il terzo ne offre 8 e così via. È evidente che il decimo fedele deposita un obolo di 1024,00 € ($2^{10} = 1024$) che si sommano ai 1024,00 € donati in precedenza; quindi egli offrendo 1024,00 € porta a 2048,00 € l'offerta complessiva. Ciò significa che il decimo fedele versa 2^{10} euro ma la cifra raccolta all'atto della sua donazione è pari a 2^{11} euro.

Non resta che determinare la potenza in base due che porta l'obolo a un milione di euro o poco più.

Sapendo che

$$2^{20} = 2^{10} \cdot 2^{10} = 1024 \cdot 1024 = 1048576,$$

si deduce che il milione di euro viene raggiunto dal diciannovesimo fedele. Infatti, $2^{19} = 524288$ indica la cifra versata dal diciannovesimo fedele nonché la somma raccolta in chiesa all'atto della sua donazione. Sommando le due quantità si ottiene una cifra che supera il milione di euro:

$$2^{19} + 2^{19} = 2 \cdot 2^{19} = 2^{20}$$